

## 1.zárthelyi

"minta"

*Valószínűesszámitás és statisztika programtervező informatikusoknak, 2015 ősz*

Válaszaitokat minimális módon indokoljátok! *Például: miért variáció/kombináció képletét alkalmazzátok, milyen tanult tételt alkalmazzátok egy-egy lépésnél? Ha egy nevezetes eloszlás sűrűfüggvényét/várható értékét használjátok, akkor fel kell tüntetni, hogy milyen eloszlásról van szó, milyen paraméterekkel stb.*

A felhasználható idő: 90 perc. A dolgozatra több, mint 100 pont szerezhető, azonban maximum csak 100 pont vihető tovább. Ha valaki nem ér el 40 pontot, akkor meg kell ismételnie ezt zh-t.

1. (18=3+3+3+2+4+3 pont +3) Egy urnában 20 golyó van, melyből 9 piros, 6 fekete és 5 zöld. Az azonos színű golyó megkülönböztetése érdekében a golyókat 1-től 20-ig megszámozzuk. Visszatevés nélkül kiválasztunk közülük 4 darabot!
  - a) Mi az eseménytér? Hány elemű?
  - b) Hányféle olyan kiválasztás lehetséges, melyben nincsen piros golyó? Mi a valószínűsége, hogy nincsen piros golyó a kiválasztottak között?
  - c) Mi a valószínűsége, hogy pontosan 2 piros golyót húzunk ki?
  - d) Mi a valószínűsége, hogy van piros golyó a kihúzottak között?
  - e) Hányféleképpen tudok csak piros golyókat kihúzni? Várhatóan hányszor kéne megismételnie a húzásokat ahhoz, hogy mind a 4 kihúzott golyó piros legyen?
  - f) Mi a valószínűsége, hogy minden golyó azonos színű?
  - g) **szorgalmi:** Mi a valószínűsége, hogy mindegyik színű golyóból húztunk ki?
2. (17=4+6+7 pont) Saci feldob egy kockát  $n$ -szer ( $n \geq 4$ ). Tekintsük a következő eseményeket:  
 $E := \{\text{a harmadik dobás 6-os}\}$   
 $F := \{\text{a negyedik 6-ost az } n\text{-edik dobásnál látjuk}\}$ 
  - a) Mi az eseménytér? Hány elemű?
  - b) Mi az  $E$  és  $F$  események valószínűsége?
  - c) Van-e olyan  $n$ , amire ez a két esemény tekinthető függetlennek?
3. (16 pont) Egy felmérés szerint a lakosság 0,5%-a HIV+. Egy "megbízhatónak számító" diagnosztikai eljárás egy HIV+ beteg esetén 99,5%-os valószínűséggel kimutatja a fertőzést. A fals pozitív teszt valószínűsége 0,05%. Mi a valószínűsége, hogy ha a teszt eredménye pozitív, akkor a páciens valóban beteg?
4. (23=7+6+8+2 pont) Két kockával gurítunk. Ha az összeg páros, akkor annyi pénzt nyerünk amennyit gurítunk, ha páratlan, akkor annyi pénzt veszítünk. Legyen  $X$  a játék során a nyereményünk értéke! Adja meg
  - a)  $X$  eloszlását,
  - b)  $X$  eloszlásfüggvényét (hálátlan feladat, de az elv a lényeg, ilyen hosszú, azért a zhban nem lesz),
  - c)  $X$  várható értékét és szórását (hálátlan feladat, de az elv a lényeg, ilyen hosszú, azért a zhban nem lesz),
  - d) Mi a valószínűsége, hogy az  $X$  megegyezik a várható értékével?

5. (20=5+5+5+5 pont) 1950-ben az USA-ban egy osztály dolgozatírási szokásait vizsgálták. A vizsgált időszak alatt a diákok minden nap dolgozatot írtak. Azt találták, hogy az osztály tagjait valószínűleg súlyosan megviseli a hétvége utáni hétfői iskolakezdés, hiszen a hétfőn írt dolgozatok sokkal gyakrabban nem sikerülnek, mint a másik 4 napon írtak. A hétfőn írt dolgozatok 0,2 valószínűséggel nem sikerülnek diákonként, míg a K-SZ-CS-P-i dolgozatok csupán 0,05 valószínűséggel. Az egyik diák tesztjeiről kérdezősködni, viszont már nincsenek meg a régi dolgozatok. Válaszoljunk legjobb tudásunk szerint a következő kérdésekre:
- a) Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott tesztjén megbukott?
  - b) Mi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen kiválasztott 10 tesztjéből legfeljebb 2 nem sikerült?
  - c) Mi a valószínűsége annak, hogy véletlenszerűen kiválasztott tesztjei közül az első sikertelen a 10-dik? Várhatóan hanyadikra írta az első sikertelen dolgozatot?
  - d) Mi a valószínűsége, hogy a 8-adik kezembe kerülő dolgozata lenne a 3-dik olyan, amin megbukott?
6. (16 pont) Átlagosan hány mazsolának kell egy sütiben lennie, ha azt kívánjuk elérni, hogy egy véletlenszerűen választott sütiben pontosan 0,99 valószínűséggel legyen (legalább 1) mazsola? (A mazsolák számát egy sütiben modellezhetjük Poisson eloszlással.)